

令和 2 年度入学試験問題

数 学

(教員養成課程)

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまでは、この問題冊子を開かないこと。
- 2 問題冊子は表紙を含めて 1 ～ 3 ページです。
- 3 解答用紙は 3 枚、計算用紙は 1 枚です。
- 4 解答は指定された解答用紙に記入すること。裏面には何も書かないこと。
- 5 受験番号は解答用紙の指定欄に記入すること。
- 6 解答は、答えだけでなく、計算の過程や説明も書くこと。
- 7 解答用紙のみを提出し、問題冊子・計算用紙は試験終了後、持ち帰ること。なお、いかなる理由があっても解答用紙以外（計算用紙など）は受理しません。
- 8 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等により交換を必要とする場合は、手を挙げて監督者に知らせること。

問題 1 (60 点)

次の問いに答えなさい。

- (1) $a > 0$, $a \neq 1$, $M > 0$, $N > 0$ のとき,

$$\log_a MN = \log_a M + \log_a N$$

が成り立つことを示しなさい。

- (2) 次の不等式を解きなさい。

$$2\log_{\frac{1}{2}} x > 1 + \log_{\frac{1}{2}}(x + 3)$$

- (3) $2x + y = 3$ のとき, $\log_{\frac{1}{2}}(x - 1) + \log_{\frac{1}{2}} y$ の最小値と, そのときの x と y の値を求めなさい。

問題 2 (70 点)

関数 $y = |2x^2 - 2| + x + 1$ について, 次の問いに答えなさい。

- (1) 関数 $y = |2x^2 - 2| + x + 1$ のグラフをかきなさい。

- (2) 定積分

$$\int_{-1}^2 (|2x^2 - 2| + x + 1) dx$$

の値を求めなさい。

- (3) (1) のグラフと直線 $y = 3x + a$ の共有点の個数が, 1 または 3 であるような実数 a の値をすべて求めなさい。

問題 3 (70 点)

$\triangle ABC$ において、 $AB = 5$, $BC = 4$, $AC = 3$ とする。半径の等しい n 個の円が $\triangle ABC$ の中にあり、一列に並んで辺 AB に接しているとする。それらの円を、中心が頂点 A に近い順に O_1, O_2, \dots, O_n とする。 O_1 は辺 AC にも接し、 O_n は辺 BC にも接し、隣り合う 2 つの円は外接しているとする。次の問いに答えなさい。

- (1) 余弦の加法定理を使って

$$\tan^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}$$

を導きなさい。

- (2) O_1 の半径を r とし、 O_1 と辺 AB との接点を P とする。 AP の長さを r を用いて表しなさい。
- (3) O_1, O_2, \dots, O_n の円周の長さの和を L_n とする。このとき、円の半径を n の式で表し、 L_n を求めて、 $L_{n+1} - L_n$ の符号を答えなさい。
- (4) O_1, O_2, \dots, O_n の面積の和を S_n とする。 S_n の値を最大にする n を求めなさい。