

令和5年度 北海道教育大学札幌校
編入学試験 問題用紙

教員養成課程 理数教育専攻 算数・数学教育分野

令和4年11月27日

注意事項

- 1 試験開始の合図があるまでは、この表紙を開かないこと。
- 2 この問題用紙は1枚、解答用紙は3枚、下書き用紙は1枚あります。
- 3 「問題1」「問題2」「問題3」すべてに解答すること。
- 4 解答用紙は、「問題1」「問題2」「問題3」とともに1枚あります。
- 5 受験番号は、解答用紙の指定欄に記入すること。
- 6 解答用紙3枚を提出し、表紙・問題用紙・下書き用紙は、試験終了後持ち帰ること。なお、いかなる理由があっても解答用紙以外は受理しません。
- 7 試験中に、問題用紙の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等により交換を必要とする場合は、手をあげて監督者に知らせること。

専門科目 (1/1)

問題 1. 空ではない有限集合 X を考える。 n を自然数とし、 X の元の個数は n 個であるとする。 次の問いに答えよ。(100点)

(1) $f: X \rightarrow X$ を写像とすると、 次の2条件 (A), (B) は互いに同値であることを証明せよ。

(A) f は単射である。

(B) f は全射である。

(2) 集合 $\{f \mid f: X \rightarrow X \text{ は全単射である}\}$ の元の個数は $n!$ 個であることを示せ。

(3) 集合 $\{f \mid f: X \rightarrow X \text{ は全単射ではない}\}$ の元の個数を答えよ。

問題 2. 実数 a, b は $a < b$ を満たすものとする。 区間 $[a, b]$ 上で定義された有界な関数 f が積分可能であるとき、 f の不定積分

$$F(x) = \int_a^x f(t) dt \quad (x \in [a, b])$$

を定義することができる。 次の問いに答えよ。(100点)

(1) F は $[a, b]$ において連続であることを示せ。

(2) ある c ($a < c < b$) において f が連続ならば、 F は c で微分可能であり、 $F'(c) = f(c)$ を満たすことを示せ。

(3) $f(x) = \begin{cases} 1 & (-1 \leq x \leq 0) \\ -1 & (0 < x \leq 1) \end{cases}$ に対して、 F を求めよ。

問題 3. ベクトル $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$, $\vec{y} = (y_1, y_2, y_3) \in \mathbb{R}^3$ に対してベクトル積を

$$\vec{x} \times \vec{y} = (x_2y_3 - x_3y_2, x_3y_1 - x_1y_3, x_1y_2 - x_2y_1) \in \mathbb{R}^3$$

で定める。 また

$$(\vec{x}, \vec{y}) = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3$$

を内積とする。 次の問いに答えよ。(100点)

(1) $\vec{x} \times \vec{y}$ は \vec{x}, \vec{y} と直交することを示せ。

(2) $|\vec{x}|^2|\vec{y}|^2 - (\vec{x}, \vec{y})^2 = |\vec{x} \times \vec{y}|^2$ を示せ。

(3) ベクトル積の長さ $|\vec{x} \times \vec{y}|$ は \vec{x}, \vec{y} を二辺とする平行四辺形の面積と等しいことを示せ。